



ALMANAQUE   
das CURIOSIDADES  
MATEMÁTICAS

Ian Stewart

ALMANAQUE   
das  CURIOSIDADES  
MATEMÁTICAS

*Tradução:*  
Diego Alfaro

*Revisão técnica:*  
Samuel Jurkiewicz  
Coppe-UFRJ

 **ZAHAR**  
Rio de Janeiro

# Sumário

<i>Comece aqui</i>	9	Se tivesse sido aprovada...	33
Encontro alienígena	11	Copos vazios	34
Aponte o animal	12	Quantas...?	35
Cálculos curiosos	13	Três rapidinhas	35
Triângulo de cartas	13	Passeios do cavalo	36
Dodecaedro automático	14	Nós, vós, eles	37
Dedos cortados	15	Gatos de rabo branco	39
Na boa safra	16	Encontrando a moeda falsa	40
O teorema das quatro cores	17	Calendário perpétuo	44
História para cão dormir	23	Piadas matemáticas I	44
Quem não tem cão soma com gato	26	Dados enganadores	45
Coelhos na cartola	26	Um velho problema de idade	45
Cruzando o rio I – Produtos da fazenda	28	Por que menos com menos dá mais?	46
Mais cálculos curiosos	28	Fantasia de garça	47
Extraíndo a cereja	30	Como desfazer uma cruz grega	47
Transforme-me em um pentágono	30	As pontes de Königsberg	48
O que é $\pi$ ?	31	Como fazer muita matemática	50
Legislando sobre o valor de $\pi$	32	O passeio pentagonal de Euler	51
		Anéis uróboros	51

O urótoro	52	Curvas de largura constante	89
Quem foi Pitágoras?	53	Conectando cabos	90
Provas de Pitágoras	55	Troca de moedas	90
Uma grande furada	57	O carro roubado	91
O último teorema de Fermat	58	Espaço preenchido por curvas	91
Triplas pitagóricas	65	Compensando erros	92
Curiosidades primas	66	A roda quadrada	93
Uma curiosidade pitagórica pouco conhecida	68	Por que não se pode dividir por zero?	94
Século digital	69	Cruzando o rio 2 – Desconfiança conjugal	95
A quadratura do quadrado	69	Por que és tu, Borromeu?	96
Quadrados mágicos	71	Jogo de percentagens	97
Quadrados de quadrados	73	Tipos de pessoas	97
Andando em círculos	74	A conjectura da salsicha	97
Pura × aplicada	76	Nó mágico	99
Hexágono mágico	76	<i>Newmerologia</i>	100
Pentalfa	77	Feitiço numérico	102
Padrões de parede	78	Erros de grafia	103
Qual era a idade de Diofanto?	79	Universo em expansão	103
Se você achava que os matemáticos eram bons em aritmética...	80	Qual é o número áureo?	104
A esfinge é um réptil	80	Quais são os números de Fibonacci?	107
Seis graus de separação	81	O número plástico	111
Trissectores, cuidado!	84	Festa de família	113
Cubos de Langford	86	Não solte!	113
Duplicando o cubo	87	Teorema: todos os números são interessantes	114
Estrelas mágicas	88		

Teorema: todos os números são chatos	114	Qual é a forma da Lua crescente?	159
O algarismo mais provável	114	Matemáticos famosos/famosos matemáticos	159
Por que chamá-la de bruxa?	117	O que é um primo de Mersenne?	160
Möbius fazendo fita	119	A conjectura de Goldbach	163
Piada velha	122	Tartarugas até lá embaixo	165
Mais três rapidinhas	122	Hotel Hilbert	166
Ladrilhos aos montes	122	Ônibus Contínuos	169
Teoria do caos	125	Uma divisão intrigante	171
Après-le-Ski	133	Uma divisão realmente intrigante	172
O teorema de Pick	133	Nada nesta manga...	176
Prêmios matemáticos	135	Nada nesta perna...	176
Por que não há um Nobel de Matemática?	137	Duas perpendiculares	176
Existe um cuboide perfeito?	138	Você consegue ouvir a forma de um tambor?	178
Paradoxo perdido	139	O que é $e$ , e por quê?	181
Quando o meu tocador de MP3 vai repetir uma música?	140	Questão de casal	182
Seis currais	143	Muitos joelhos, muitos assentos	183
Números primos patenteados	144	A fórmula de Euler	186
A conjectura de Poincaré	144	Que dia é hoje?	188
Lógica hipopotâmica	150	Estritamente lógico	189
A formiga de Langton	150	Lógico ou não?	189
Porco amarrado	153	Uma questão de criação	189
Prova surpresa	153	Divisão justa	190
Cone antigravidade	154	O sexto pecado capital	190
Piadas matemáticas 2	155	Estranha aritmética	191
Por que Gauss decidiu ser matemático	156	Qual é a profundidade do poço?	192
		Quadrados de McMahon	192

Qual é a raiz quadrada de $-1$ ? 193	Quantos(as) são... 222
A mais bela fórmula 196	Qual é a forma de um arco-íris? 223
Por que a bela fórmula de Euler é verdadeira? 196	Abdução alienígena 224
A sua chamada poderá ser monitorada por motivo de treinamento 198	A hipótese de Riemann 225
Arquimedes, seu velho embusteiro! 198	Antiateísmo 230
Fractais: a geometria da natureza 199	Refutação da hipótese de Riemann 231
O símbolo que faltava 205	Assassinato no parque 231
Pedra sobre pedra 205	O cubo de queijo 232
Constantes até 50 casas decimais 206	O jogo da vida 233
O paradoxo de Richard 207	Corrida de dois cavalos 239
Conectando serviços 208	Desenhando uma elipse – e mais? 240
Os problemas difíceis são fáceis? ou Como ganhar US\$1 milhão provando o óbvio 209	Piadas matemáticas 3 241
Fuja do bode 211	O problema de Kepler 242
Todos os triângulos são isósceles 212	O problema do caixote de leite 246
Ano quadrado 213	Direitos iguais 246
Teoremas de Gödel 214	Rede de estradas 247
Se $\pi$ não é uma fração, como podemos calculá-lo? 218	Ciência da complexidade 247
Riqueza infinita 220	A curva do dragão 253
Deixe a sorte decidir 221	Contragiro 254
	Pão esférico fatiado 255
	Teologia matemática 256
	<i>A cola do malandro professor Stewart</i> 259

## Comece aqui



*Há três tipos de pessoas no mundo:  
As que sabem contar e as que não sabem.*

Quando eu tinha 14 anos, comecei a fazer um caderno de anotações. Anotações sobre matemática. Antes que você me considere um caso perdido, apresso-me em dizer que não eram notas sobre matemática escolar. Mas sobre tudo que eu pudesse encontrar de interessante em relação à matemática que *não* era ensinada na escola. O que, como descobri, era bastante coisa, pois logo tive que comprar um segundo caderno.

OK, *agora* você pode me considerar um caso perdido. Mas antes de fazê-lo, pense: você se deu conta da mensagem contida em minha historinha triste? *A matemática não se resume ao que você aprendeu na escola.* Melhor ainda: *a matemática que você não aprendeu na escola é interessante.* Na verdade, boa parte dela é divertida – especialmente se você não precisar fazer uma prova ou acertar cálculos.

No fim das contas, meu caderno se transformou em seis, que ainda guardo comigo – e depois acabou dando em um almanaque, quando descobri as virtudes da fotocópia. Este *Almanaque* é um apanhado daquele, uma miscelânea de jogos, quebra-cabeças, histórias e curiosidades matemáticas que atraíram minha atenção. A maior parte das seções é completamente independente, portanto você pode começar por onde quiser. Algumas delas formam breves miniséries. Sou partidário da ideia de que uma miscelânea deve ter um certo grau de desordem, e esta aqui certamente tem.

Entre os jogos e quebra-cabeças estão alguns velhos conhecidos, que tendem a reaparecer de tempos em tempos e frequentemente provocam um entusiasmo renovado quando o fazem – o carro e os bodes, assim como o problema da pesagem das 12 bolas, já causaram grande alvoroço na mídia: um deles nos EUA, o outro na Grã-Bretanha. Mas boa parte do material é coisa nova, preparada especialmente para este livro. Procurei trazer temas variados, portanto temos quebra-cabeças lógicos, geométricos, numéricos e probabilísticos, elementos esquisitos da cultura matemática, coisas para fazer e coisas para construir.

Uma das vantagens de saber um pouquinho de matemática é a possibilidade de deixar os seus amigos extremamente impressionados. (Meu conselho, porém, é que você seja modesto a esse respeito. Você também poderá deixar os seus amigos extremamente irritados.) Uma boa maneira de atingir esse desejável objetivo é estar antenado com os termos que andam ou andaram na moda ultimamente. Para isso, espalhei alguns breves “ensaios” aqui e ali, escritos em um estilo informal, nada técnico. Essas explicações explicam alguns dos recentes avanços que ganharam destaque na mídia. Coisas como o último teorema de Fermat, que teve direito a um programa inteiro na televisão britânica, o teorema das quatro cores, a conjectura de Poincaré, a teoria do caos, os fractais, a ciência da complexidade e os ladrilhos de Penrose. Ah, e também temos algumas questões ainda não resolvidas, só para mostrar que a matemática não está toda *concluída*. Alguns itens são recreativos, outros são mais sérios – como o problema  $P = NP?$ , cuja solução vale um prêmio de US\$1 milhão. Você talvez não tenha ouvido falar do problema, mas é bom que saiba sobre o prêmio.

Alguns itens mais curtos e engraçados revelam fatos e descobertas interessantes sobre tópicos já batidos, mas ainda assim fascinantes:  $\pi$ , o teorema de Pitágoras, permutações, mosaicos. Contos divertidos sobre matemáticos famosos dão uma dimensão histórica ao livro e nos permitem rir um pouquinho de suas tocantes fraquezas.

Bem, eu disse que você poderia começar por onde quisesse – e pode, acredite –, mas para ser terrivelmente sincero, provavelmente é melhor que você comece pelo início e siga mesmo a ordem das páginas. Você verá que alguns dos tópicos iniciais ajudam na compreensão dos seguintes. E os primeiros tendem a ser um pouco mais fáceis, enquanto alguns dos últimos são uma espécie de, digamos... *desafio*. Ainda assim, tentei deixar uma boa dose de tópicos mais fáceis misturados por toda parte, para que seu cérebro não se canse muito rápido.

O que quero fazer é instigar a sua imaginação, mostrando muitos aspectos divertidos e intrigantes dessa ciência. Quero que você se divirta, mas eu ficarei exultante se, ao ler o *Almanaque*, você sentir vontade de “meter a mão” na matemática, vivenciar a emoção da descoberta e se manter informado sobre avanços importantes – sejam eles de dois mil anos atrás, da semana passada ou de amanhã.



.....

## Encontro alienígena

A espaçonave *Indefensible* orbita o planeta Noncomposmentis, quando o capitão Quirk e o sr. Crock são teletransportados para a superfície.

– Segundo o *Guia turístico intergaláctico*, há duas espécies de extra-terrestre neste planeta – diz Quirk.

– Correto, capitão. Veracitors e tagarelix. Todos falam galáxico, e podemos distingui-los pelo modo como respondem às perguntas. Os veracitors sempre dizem a verdade, e os tagarelix sempre mentem.

– Mas, fisicamente...

– ...São indistinguíveis, capitão.

Quirk ouve um barulho e se vira, encontrando três alienígenas que se aproximam furtivamente. Parecem idênticos.

– Bem-vindos a Noncomposmentis – diz um dos ETs.

– Obrigado. Meu nome é Quirk. E vocês são... – Ele faz uma pausa. – Não faz sentido perguntar os nomes deles – murmura. – Pelo que sabemos, não serão os nomes certos.

– Isso é lógico, capitão – diz Crock.

– Como não sabemos falar galáxico muito bem – improvisa Quirk –, espero que não se importem se eu os chamar de Alf, Betty e Gemma. – Vira-se então para Crock e sussurra: – Não que saibamos o sexo deles, além de tudo.

– São todos hermandrofemíginos – diz Crock.

– Que seja. Agora, Alf: a que raça pertence Betty?

– Tagarelix.

– Ah. Betty: Alf e Gemma pertencem a raças diferentes?

– Não.

– Certo... Como são faladores, hein? Hmm... Gemma: a que raça pertence Betty?

– Veracitor.

Quirk faz que sim, com um ar de entendido.

– Muito bem, está resolvido, então!

– O que está resolvido, capitão?

– A que raça cada um pertence.

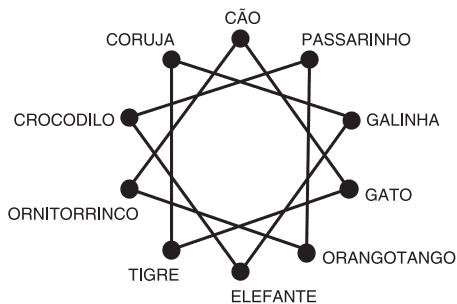
– Entendo. E as raças são...?

– Não faço a menor ideia, Crock. *Você* é que deveria ser o lógico aqui!

*Resposta na p.261*

## Aponte o animal

Este é um ótimo truque matemático para festas de criança. Elas se revezam na escolha de um animal. Depois, soletram o nome do bicho enquanto você, ou outra criança, aponta sucessivamente para cada uma das 10 pontas da estrela abaixo. Você deve começar na ponta chamada *Passarinho* e avançar pelas linhas em sentido horário. Milagrosamente, quando elas disserem a última letra, você apontará para o animal certo.



**Soletre o nome para encontrar o animal.**

Como o truque funciona? Bem, a terceira palavra ao longo da estrela é *Cão*, que tem três letras, a quarta é *Gato*, que tem quatro, e assim por diante. Para ajudar a esconder o truque, os animais das posições 0, 1 e

2 têm 10, 11 e 12 letras. Como depois de percorrer 10 pontas da estrela voltamos ao lugar de partida, tudo funciona perfeitamente bem.

Para camuflar, use *desenhos* de animais – na figura, usei os nomes para esclarecer melhor a mágica.



## Cálculos curiosos

Sua calculadora pode fazer truques.

(1) Experimente estas multiplicações. Notou alguma coisa?

$$1 \times 1$$

$$11 \times 11$$

$$111 \times 111$$

$$1.111 \times 1.111$$

$$11.111 \times 11.111$$

O padrão continua se você usar séries mais longas de 1s?

(2) Digite o número

$$142.857$$

(preferencialmente na memória) e o multiplique por 2, 3, 4, 5, 6 e 7. O que você percebe?

*Respostas na p.261*